

## Perturbations de marche due à un décentrage initial du spiral

### Spiral plat sans courbes terminales

#### Cas d'une montre bracelet

#### Caractéristiques du spiral

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Data\Bal\_spiral plat (ex num).mcd(R)

**Dimensions**       $\epsilon p = 0.03 \text{ mm}$        $ha = 0.15 \text{ mm}$        $S = 4.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^2$        $TOL := 10^{-9}$

$d2_{sp} = 4.52 \text{ mm}$        $d1_{sp} = 1.1 \text{ mm}$        $p_{sp} = 0.135 \text{ mm}$        $n_{sp} = 12.667$

$L := L_{sp}$        $L = 11.182 \text{ cm}$        $\psi_0 := 2 \cdot \pi \cdot n_{sp}$        $\psi_0 = 4.56 \times 10^3 \text{ deg}$

**Positions du piton**       $r_P := 0.5 \cdot d2_{sp}$        $\alpha_P := 0$        $x_P := r_P \cdot \cos(\alpha_P)$        $y_P := r_P \cdot \sin(\alpha_P)$   
 $x_P = 2.26 \text{ mm}$        $y_P = 0 \text{ mm}$        $z_P := x_P + i \cdot y_P$

**Position du point  
d'attache à la virole**       $r_V := 0.5 \cdot d1_{sp}$        $\alpha_V := \psi_0 + \alpha_P$

#### Forme naturelle du spiral (en partant de la virole)

$$a_{sp} := \frac{p_{sp}}{2 \cdot \pi} \quad r(\alpha) := a_{sp} \cdot \alpha \quad \alpha_1 := \frac{r_V}{a_{sp}} \quad \alpha_2 := \frac{r_P}{a_{sp}} \quad s(\alpha) := \int_{\alpha_1}^{\alpha} a_{sp} \cdot \sqrt{1 + \alpha^2} d\alpha$$

**Valeurs du décentrage à la virole**       $h_{déc} := 0.2 \cdot \text{mm}$        $\beta_{déc} := 20 \cdot \text{deg}$

**Amplitude stationnaire du balancier**       $\theta_0 = 270 \text{ deg}$

#### Spiral non déformé en position de repos

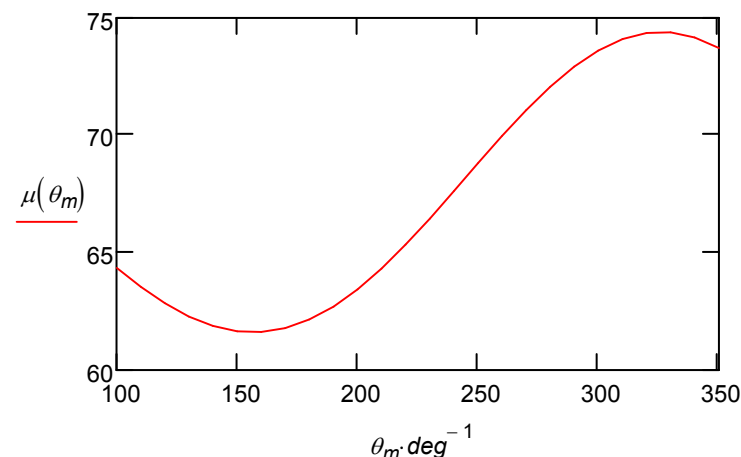
$$F(\theta_0) := J0(\theta_0) - \theta_0 \cdot J1(\theta_0) \quad F(\theta_0) = 1.061$$

$$\Delta(\theta_0) := \frac{2}{L^2} \cdot \frac{1}{r_P^2 + r_V^2} \cdot \left[ -\left( r_P^4 + r_V^4 \right) + 2 \cdot r_P^2 \cdot r_V^2 \cdot F(\theta_0) \cdot \cos(\psi_0) \right]$$

$$A := \frac{2}{L^2} \cdot \frac{r_P^4 + r_V^4}{r_P^2 + r_V^2}$$

$$\mu(\theta_0) := -86400 \cdot \Delta(\theta_0) \quad \boxed{\mu(\theta_0) = 71.063} \quad \boxed{\mu(220 \cdot \text{deg}) = 65.333}$$

$$\theta_m := 100 \cdot \text{deg}, 110 \cdot \text{deg} .. 350 \cdot \text{deg}$$



### Spiral déformé en position de repos

$$\delta_1(\theta_0) := \text{Delta}(\theta_0) \quad \delta_2(\theta_0, h) := \frac{-4 \cdot h^2}{r_P^2 + r_V^2} \cdot \frac{J1(\theta_0)}{\theta_0}$$

$$\delta_3(\theta_0, h, \beta) := -\frac{4 \cdot h}{(r_P^2 + r_V^2) \cdot L} \cdot (r_P^2 \cdot \sin(\alpha_2 - \beta) - r_V^2 \cdot \sin(\alpha_1 - \beta)) \cdot J0(\theta_0)$$

$$\delta_1(\theta_0) = -8.225 \times 10^{-4} \quad \delta_2(\theta_0, h_{\text{déc}}) = 1.768 \times 10^{-3} \quad \delta_3(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = -1.661 \times 10^{-3}$$

$$\delta_{\text{tot}}(\theta_0, h, \beta) := \delta_1(\theta_0) + \delta_2(\theta_0, h) + \delta_3(\theta_0, h, \beta) \quad \delta_{\text{tot}}(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = -7.16 \times 10^{-4}$$

$$\mu_2(\theta_0, h) := -86400 \cdot (\delta_2(\theta_0, h))$$

$$\mu_2(\theta_0, h_{\text{déc}}) = -152.725$$

$$\mu_3(\theta_0, h, \beta) := -86400 \cdot (\delta_3(\theta_0, h, \beta))$$

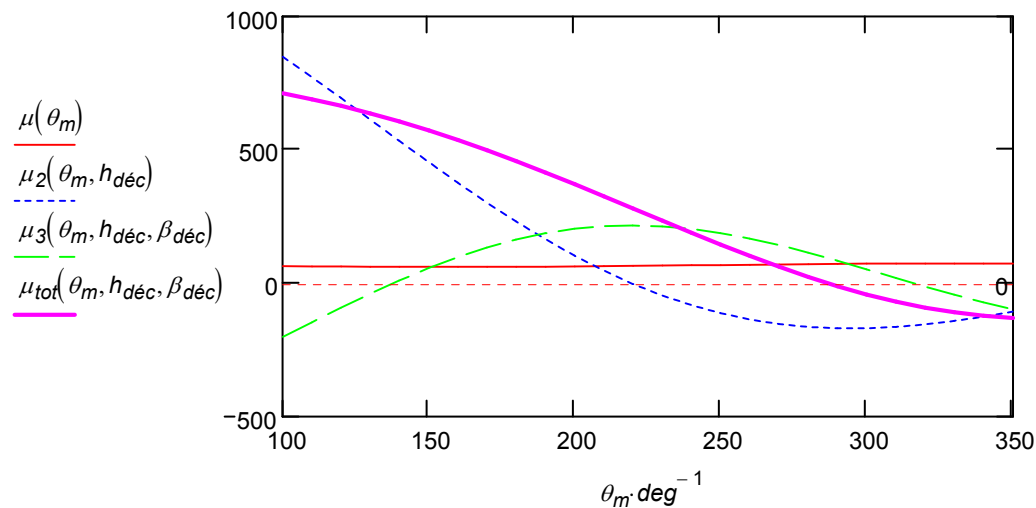
$$\mu_3(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = 143.526$$

$$\mu_{\text{déc}}(\theta_0, h, \beta) := -86400 \cdot (\delta_2(\theta_0, h) + \delta_3(\theta_0, h, \beta))$$

$$\mu_{\text{déc}}(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = -9.199$$

$$\mu_{\text{tot}}(\theta_0, h, \beta) := -86400 \cdot (\delta_1(\theta_0) + \delta_2(\theta_0, h) + \delta_3(\theta_0, h, \beta))$$

$$\mu_{\text{tot}}(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = 61.864$$



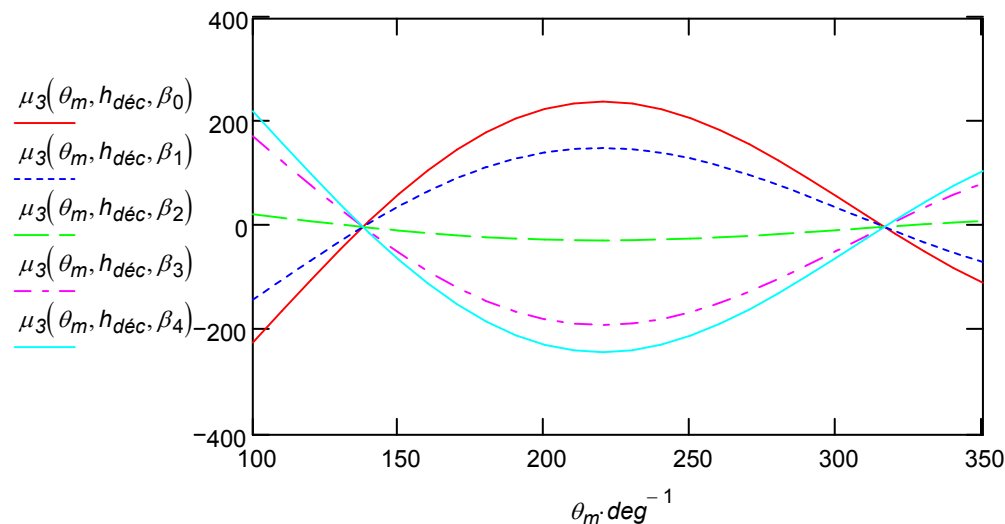
### Influence de la position angulaire du décentrage initial

$$i := 0, 1 \dots 4$$

$$\beta_i := 45 \cdot \text{deg} \cdot i$$

$$h_{\text{déc}} = 0.2 \text{ mm}$$

$$\theta_0 = 270 \text{ deg}$$

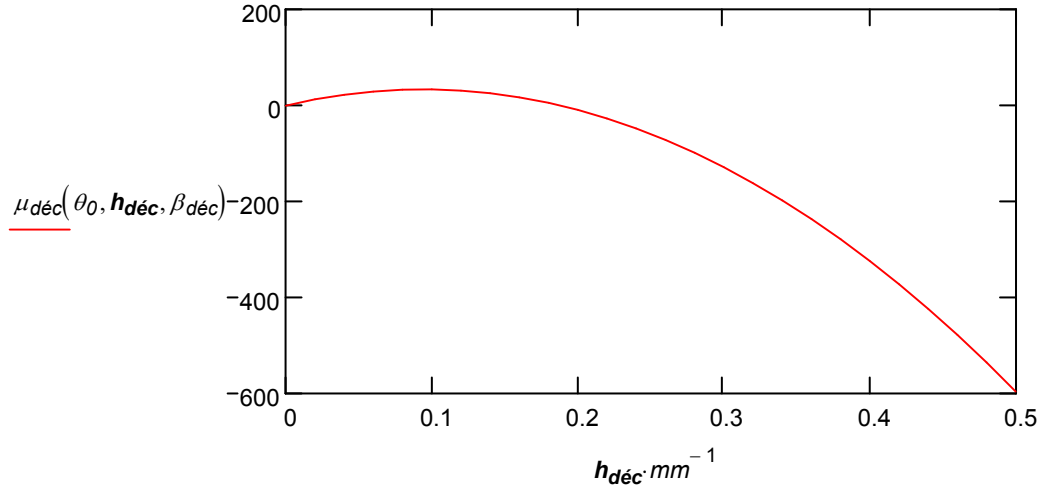


### Influence de la position radiale du décentrage initial

$$h_{\text{déc}} := 0 \cdot \text{mm}, .02 \cdot \text{mm} .. 0.5 \text{mm}$$

$$\beta_{\text{déc}} = 20 \text{ deg}$$

$$\theta_0 = 270 \text{ deg}$$



### Vérification par intégration numérique

$$z_0(\alpha, h, \beta) := a_{\text{sp}} \cdot \alpha \cdot \exp(i \cdot \alpha) + h \cdot e^{i \cdot \beta} \quad \sigma := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (r_P^2 + r_V^2)} \quad \sigma^2 = 2.705 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta(\theta, h, \beta) := i \cdot \frac{\theta}{L} \cdot e^{i \cdot \theta} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} z_0(\alpha, h, \beta) \cdot e^{-i \cdot \theta \cdot \frac{s(\alpha)}{L}} \cdot a_{\text{sp}} \cdot \alpha \, d\alpha \quad \Delta(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = -0.135 - 0.483i \text{ mm}$$

$$\Delta_1(\theta) := i \cdot \frac{a_{\text{sp}}^2 \cdot \theta}{L} \cdot \exp(i \cdot \theta) \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \alpha^2 \cdot \exp(i \cdot \alpha) \cdot \exp\left[-i \cdot \frac{\theta \cdot a_{\text{sp}} \cdot (\alpha^2 - \alpha_1^2)}{2 \cdot L}\right] d\alpha$$

$$\Delta_2(\theta, h, \beta) := i \cdot \frac{\theta}{L} \cdot \exp(i \cdot \theta) \cdot \int_0^L h \cdot \exp(i \cdot \beta) \cdot \exp\left(-i \cdot \theta \cdot \frac{s}{L}\right) ds$$

$$\Delta(\theta) := \Delta_1(\theta) + \Delta_2(\theta, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) \quad \Delta(\theta_0) = -0.135 - 0.483i \text{ mm}$$

$$\chi(\theta) := \frac{\Delta(\theta) \cdot \overline{\Delta(\theta)}}{\sigma^2} \quad \chi(\theta_0) = 0.093 \quad \gamma(\theta) := \frac{d}{d\theta} \chi(\theta) \quad \Gamma(\varphi) := \gamma(\theta_0 \cdot \cos(\varphi))$$

$$\delta_{\text{num}} := \frac{-1}{2 \cdot \pi \cdot \theta_0} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} \Gamma(\varphi) \cdot \cos(\varphi) \, d\varphi \quad \delta_{\text{num}} = -7.774 \times 10^{-4} \quad \delta_{\text{tot}}(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = -7.16 \times 10^{-4}$$

$$\mu_{\text{num}} := -86400 \cdot \delta_{\text{num}} \quad \mu_{\text{num}} = 67.17 \quad \mu_{\text{tot}}(\theta_0, h_{\text{déc}}, \beta_{\text{déc}}) = 61.864$$